

Die phantastische Geschichte der Null

Prof. Dr. Wolfram Koepf

Universität Kassel

<http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf>

17. Februar 2012

Tag der Mathematik Kassel

Null oder nicht null?

Null im Sprachgebrauch

Null oder nicht null?

Null im Sprachgebrauch

- Du bist eine Null!

Null oder nicht null?

Null im Sprachgebrauch

- Du bist eine Null!
- Deutsches Wörterbuch von Jacob und Wilhelm Grimm:
 - Null (f): besonders vergleichend und übertragen von einer person oder sache, die (wie das für sich nichts geltende zahlzeichen 0) nichts zu bedeuten hat, ohne gehalt, wert und ansehen ist

Null oder nicht null?

Null im Sprachgebrauch

- Du bist eine Null!
- Deutsches Wörterbuch von Jacob und Wilhelm Grimm:
 - Null (f): besonders vergleichend und übertragen von einer person oder sache, die (wie das für sich nichts geltende zahlzeichen 0) nichts zu bedeuten hat, ohne gehalt, wert und ansehen ist
- Nach alledem ist die Null ziemlich negativ! Wie kann dies sein?

Alles ist Zahl

Alles ist Zahl

Alles ist Zahl

Alles ist Zahl

- Die Null steht bis heute für das **Nichts**, vor dem die griechischen Philosophen und Mathematiker um 500 vor Christus Angst hatten und das sie nicht zuließen.

Alles ist Zahl

Alles ist Zahl

- Die Null steht bis heute für das **Nichts**, vor dem die griechischen Philosophen und Mathematiker um 500 vor Christus Angst hatten und das sie nicht zuließen.
- Im pythagoreischen Weltbild soll die Welt durch **natürliche Zahlen** und ihre Verhältnisse beschrieben werden.

Alles ist Zahl

Alles ist Zahl

- Die Null steht bis heute für das **Nichts**, vor dem die griechischen Philosophen und Mathematiker um 500 vor Christus Angst hatten und das sie nicht zuließen.
- Im pythagoreischen Weltbild soll die Welt durch **natürliche Zahlen** und ihre Verhältnisse beschrieben werden.
- Verhältnisse kann man mit Null nicht bilden, sonst erzeugt man die Unendlichkeit, den Zwilling der Null.

Alles ist Zahl

Alles ist Zahl

- Die Null steht bis heute für das **Nichts**, vor dem die griechischen Philosophen und Mathematiker um 500 vor Christus Angst hatten und das sie nicht zuließen.
- Im pythagoreischen Weltbild soll die Welt durch **natürliche Zahlen** und ihre Verhältnisse beschrieben werden.
- Verhältnisse kann man mit Null nicht bilden, sonst erzeugt man die Unendlichkeit, den Zwilling der Null.
- Was wir heute noch so schätzen: Die griechische Mathematik führte das Beweisen ein!

Alles ist Zahl

Alles ist Zahl

- Die Null steht bis heute für das **Nichts**, vor dem die griechischen Philosophen und Mathematiker um 500 vor Christus Angst hatten und das sie nicht zuließen.
- Im pythagoreischen Weltbild soll die Welt durch **natürliche Zahlen** und ihre Verhältnisse beschrieben werden.
- Verhältnisse kann man mit Null nicht bilden, sonst erzeugt man die Unendlichkeit, den Zwilling der Null.
- Was wir heute noch so schätzen: Die griechische Mathematik führte das Beweisen ein!
- Von Archimedes stammen viele große Erfindungen, zum Beispiel die Erkenntnis des Auftriebs.

Alles ist Zahl

Alles ist Zahl

- Die Null steht bis heute für das **Nichts**, vor dem die griechischen Philosophen und Mathematiker um 500 vor Christus Angst hatten und das sie nicht zuließen.
- Im pythagoreischen Weltbild soll die Welt durch **natürliche Zahlen** und ihre Verhältnisse beschrieben werden.
- Verhältnisse kann man mit Null nicht bilden, sonst erzeugt man die Unendlichkeit, den Zwilling der Null.
- Was wir heute noch so schätzen: Die griechische Mathematik führte das Beweisen ein!
- Von Archimedes stammen viele große Erfindungen, zum Beispiel die Erkenntnis des Auftriebs.
- Besonders stolz war er aber auf seine Erkenntnis des Volumenverhältnisses 1 : 2 : 3 von **Kegel : Kugel : Zylinder**.

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

- Geometrie ist Zahl.

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

- Geometrie ist Zahl.
- Musik ist Zahl.

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

- Geometrie ist Zahl.
- Musik ist Zahl.
- Astronomie ist Zahl.

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

- Geometrie ist Zahl.
- Musik ist Zahl.
- Astronomie ist Zahl.

Zahl kommt von Zählen

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

- Geometrie ist Zahl.
- Musik ist Zahl.
- Astronomie ist Zahl.

Zahl kommt von Zählen

- Zählen begann in allen Kulturen bei 1, 2, . . . , zunächst beim Vergleich kleiner Mengen.

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

- Geometrie ist Zahl.
- Musik ist Zahl.
- Astronomie ist Zahl.

Zahl kommt von Zählen

- Zählen begann in allen Kulturen bei 1, 2, ..., zunächst beim Vergleich kleiner Mengen. Aber nicht der leeren Menge \emptyset !

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

- Geometrie ist Zahl.
- Musik ist Zahl.
- Astronomie ist Zahl.

Zahl kommt von Zählen

- Zählen begann in allen Kulturen bei 1, 2, ..., zunächst beim Vergleich kleiner Mengen. Aber nicht der leeren Menge \emptyset !
- Noch heute gibt es in einigen Ethnien Südamerikas – den Siriona (Bolivien) und Yanoama (Brasilien) – kein Wort für die Zahl 4, man zählt 1, 2, 3, viele.

Alles ist Zahl

Was ist alles Zahl?

- Geometrie ist Zahl.
- Musik ist Zahl.
- Astronomie ist Zahl.

Zahl kommt von Zählen

- Zählen begann in allen Kulturen bei 1, 2, . . . , zunächst beim Vergleich kleiner Mengen. Aber nicht der leeren Menge \emptyset !
- Noch heute gibt es in einigen Ethnien Südamerikas – den Siriona (Bolivien) und Yanoama (Brasilien) – kein Wort für die Zahl 4, man zählt 1, 2, 3, viele.
- Leopold Kronecker (um 1885): Die natürlichen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk.

Wer kann alles zählen?

Berliner Zeitung

Archiv » 2000 » 12. Januar » Wissenschaft

Textarchiv

Tiere mit einem Sinn für Zahlen

Experimente zeigen, dass das Zifferngedächtnis bei Schimpansen dem von Kindern im Vorschulalter entspricht

Kerstin Viering

Am Anfang einer Mathematikerkarriere steht oft Obst. "Welches Bild zeigt mehr Bananen?", heißt es beispielsweise in den Rechenbüchern für Schulanfänger. Beliebt sind auch Aufgaben mit Tieren oder Spielzeug, um die Erstklässler in die Welt der Mengen und Zahlen einzuführen.

Rechnen und Zählen galten lange Zeit als ausschließliche Domäne des Menschen. Doch inzwischen hat sich gezeigt, dass Ratten, Papageien, Affen und andere Tiere durchaus ein Verständnis für Mengen haben. Gerade erst haben Verhaltensforscher in zwei Fachmagazinen Rhesusaffen und Schimpansen gute Zeugnisse in Mathematik ausgestellt.

Wer kann alles zählen?

ZEIT  ONLINE | [WISSEN](#)

BIENEN KÖNNEN ZÄHLEN

Eins, zwei, drei, vier, viele

Bienen können, was man bisher nur Wirbeltieren zugetraut hat: zählen. Sie sind sogar schlauer als Feuersalamander

VON: Josephina Maier | 7.2.2009 - 15:38 Uhr

Können Bienen eigentlich rechnen?« Die Frage kam von einem Biochemiker, der gerade neu zur Würzburger Gruppe der Bienenforscher gestoßen war. Jürgen Tautz, der die Gruppe leitet, erinnert sich noch gut an seinen ersten Gedanken: »Nett, aber naiv.« Bei wirbellosen Tieren einen Sinn für Zahlen zu finden, das habe er für ausgeschlossen gehalten, sagt Tautz. Einige junge Mitarbeiter gingen der Frage trotzdem nach. Jetzt, zwei Jahre später, steht das Ergebnis fest: Bienen können zählen. Und zwar bis vier. »Wir haben mit der Publikation lange gewartet, weil wir es selbst nicht glauben konnten«, sagt Tautz.

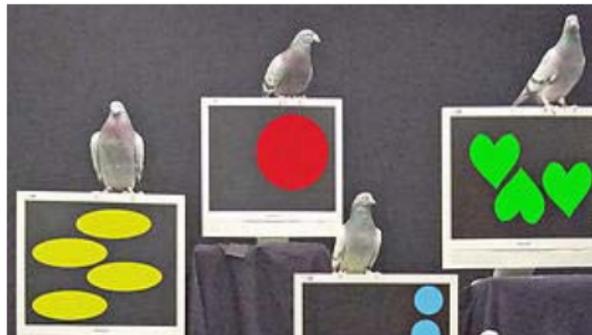
Wer kann alles zählen?

http://www.focus.de/wissen/wissenschaft/natur/verhaltensbiologie-tauben-koennen-mathematik_aid_696640.html

Verhaltensbiologie

Tauben können Mathematik

Donnerstag, 22.12.2011, 21:04



Tauben verstehen komplexe Zahlenregeln genauso gut wie Affen

Damian Scarf

Tauben können genauso gut zählen und abstrakte Zahlenregeln befolgen wie Affen. Die Vögel ordnen Bilder korrekt nach der Menge der jeweils dargestellten Objekte – selbst wenn sie die Formen und Objekte zum ersten Mal sehen.

In einem Versuch gelang es neuseeländische Forschern, die Rechenkünste der Tauben zu überprüfen. „Unsere Ergebnisse

zeigen, dass Tauben die Fähigkeit besitzen, abstrakte Zahlenregeln zu lernen und anzuwenden“, berichten die Wissenschaftler im Fachmagazin „Science“.

Wer kann alles zählen?

SPIEGEL ONLINE

06. Februar 2012, 16:05 Uhr

Hund als Mathegenie

Pi mal Pfote

Von *Holger Dambeck*

Affen tun es, Papageien, Bienen und Ratten sowieso: Sie können zählen und sogar rechnen. Eine Fähigkeit, die ihnen Vorteile bringt, etwa bei der Futtersuche. Zwerghund Elvis scheint sogar Funktionen ableiten zu können - sein Herrchen, ein Mathelehrer, ist begeistert.

Auch wenn mancher es kaum glauben wird: Schon Babys verfügen über Grundkenntnisse der Mengenlehre. Lange haben Psychologen an den Experimenten herumgetüftelt, bis sie tatsächlich beweisen konnten, dass Säuglinge schon eins und eins zusammenzählen können.

Wie zählen Menschen?



Ohne Null gibt es Gott!

Aristotelischer Gottesbeweis

Ohne Null gibt es Gott!

Aristotelischer Gottesbeweis

- Die Erde ist das Zentrum des Universums.

Ohne Null gibt es Gott!

Aristotelischer Gottesbeweis

- Die Erde ist das Zentrum des Universums.
- Eratosthenes: Die Erde ist eine Kugel.

Ohne Null gibt es Gott!

Aristotelischer Gottesbeweis

- Die Erde ist das Zentrum des Universums.
- Eratosthenes: Die Erde ist eine Kugel.
- Der Sternenhimmel ist auf Sphären um die Erde angebracht. Er dreht sich gleichmäßig.

Ohne Null gibt es Gott!

Aristotelischer Gottesbeweis

- Die Erde ist das Zentrum des Universums.
- Eratosthenes: Die Erde ist eine Kugel.
- Der Sternenhimmel ist auf Sphären um die Erde angebracht. Er dreht sich gleichmäßig.
- Die innere Sphäre dreht sich, da sie von der nächsten Sphäre angetrieben wird.

Ohne Null gibt es Gott!

Aristotelischer Gottesbeweis

- Die Erde ist das Zentrum des Universums.
- Eratosthenes: Die Erde ist eine Kugel.
- Der Sternenhimmel ist auf Sphären um die Erde angebracht. Er dreht sich gleichmäßig.
- Die innere Sphäre dreht sich, da sie von der nächsten Sphäre angetrieben wird.
- Dies kann nur funktionieren, wenn jemand die äußerste Sphäre dreht.

Ohne Null gibt es Gott!

Aristotelischer Gottesbeweis

- Die Erde ist das Zentrum des Universums.
- Eratosthenes: Die Erde ist eine Kugel.
- Der Sternenhimmel ist auf Sphären um die Erde angebracht. Er dreht sich gleichmäßig.
- Die innere Sphäre dreht sich, da sie von der nächsten Sphäre angetrieben wird.
- Dies kann nur funktionieren, wenn jemand die äußerste Sphäre dreht.
- Dieser Jemand muss ein Gott sein.

Ohne Null gibt es Gott!

Warum funktioniert dieser Beweis?

Ohne Null gibt es Gott!

Warum funktioniert dieser Beweis?

- Achtung: In diese Argumentation fließt der Grundsatz (Axiom) ein: **Es gibt keine Unendlichkeit.**

Ohne Null gibt es Gott!

Warum funktioniert dieser Beweis?

- Achtung: In diese Argumentation fließt der Grundsatz (Axiom) ein: **Es gibt keine Unendlichkeit.**
- Heute machen wir es genau anders herum. Die moderne Mathematik benutzt das Axiom **Es gibt unendlich viele natürliche Zahlen.**

Ohne Null gibt es Gott!

Warum funktioniert dieser Beweis?

- Achtung: In diese Argumentation fließt der Grundsatz (Axiom) ein: **Es gibt keine Unendlichkeit.**
- Heute machen wir es genau anders herum. Die moderne Mathematik benutzt das Axiom **Es gibt unendlich viele natürliche Zahlen.**
- Zum Vergleich: Die Anzahl der Atome im gesamten Universum wird auf 10^{78} geschätzt.

Was ohne Null so passiert: Kalender

Wann ist ein Jahrhundert zu Ende?

Was ohne Null so passiert: Kalender

Wann ist ein Jahrhundert zu Ende?

- Der Mönch Dionysius Exiguus legte (im Jahr 525) auf Geheiß von Papst Johannes I das Jahr Anno Domini als Jahr 1 der Zeitrechnung fest.

Was ohne Null so passiert: Kalender

Wann ist ein Jahrhundert zu Ende?

- Der Mönch Dionysius Exiguus legte (im Jahr 525) auf Geheiß von Papst Johannes I das Jahr Anno Domini als Jahr 1 der Zeitrechnung fest.
- 1582 wurde dieses Kalender durch den Gregorianischen Kalender verbessert und ergänzt.

Was ohne Null so passiert: Kalender

Wann ist ein Jahrhundert zu Ende?

- Der Mönch Dionysius Exiguus legte (im Jahr 525) auf Geheiß von Papst Johannes I das Jahr Anno Domini als Jahr 1 der Zeitrechnung fest.
- 1582 wurde dieses Kalender durch den Gregorianischen Kalender verbessert und ergänzt.
- Wann ist also ein Jahrhundert oder Jahrtausend zu Ende?

Was ohne Null so passiert: Kalender

Wann ist ein Jahrhundert zu Ende?

- Der Mönch Dionysius Exiguus legte (im Jahr 525) auf Geheiß von Papst Johannes I das Jahr Anno Domini als Jahr 1 der Zeitrechnung fest.
- 1582 wurde dieses Kalender durch den Gregorianischen Kalender verbessert und ergänzt.
- Wann ist also ein Jahrhundert oder Jahrtausend zu Ende?
- Gibt es das Jahr Null?

Das Jahr Null?

Jahr null

aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie

Ein **Jahr null** gibt es in der von den Historikern angewendeten traditionellen christlichen Zeitrechnung nicht, wohl aber in der modernen, wissenschaftlichen Jahreszählung der Astronomen.

Im traditionellen System werden die Jahre mit Ordinalzahlen vor und nach der Geburt Christi gezählt: Das Jahr 1 vor Christi Geburt endet am 31. Dezember (1 v. Chr.), am nächsten Tag, dem 1. Januar, beginnt das Jahr 1 nach Christi Geburt (1 n. Chr.).

Die astronomische Jahreszählung verwendet hingegen die um die Null und die negativen Zahlen erweiterten natürlichen Zahlen, die sogenannten ganzen Zahlen. Die in dieser Zahlenreihe enthaltene Null wird dem Jahr 1 v. Chr., die Zahl -1 dem Jahr 2 v. Chr. zugeordnet.

Was ohne Null so passiert: Tageszeit

Was ist 12 p.m.?

Was ohne Null so passiert: Tageszeit

Was ist 12 p.m.?

- Das angelsächsische System der täglichen Uhrzeiten hat keine Null – mit wunderlichen Konsequenzen!

Was ohne Null so passiert: Tageszeit

Was ist 12 p.m.?

- Das angelsächsische System der täglichen Uhrzeiten hat keine Null – mit wunderlichen Konsequenzen!

| | | |
|-------|----------|----------------------------|
| 00:00 | 12:00 AM | 12:00 Midnight, Beginn AM |
| 00:59 | 12:59 AM | |
| 01:00 | 01:00 AM | Beginn der „neuen“ Zählung |
| 11:59 | 11:59 AM | |
| 12:00 | 12:00 PM | 12:00 Noon, Beginn PM |
| 12:59 | 12:59 PM | |
| 13:00 | 01:00 PM | Beginn der „neuen“ Zählung |

Was ohne Null so passiert: Tageszeit

Was ist 12 p.m.?

- Das angelsächsische System der täglichen Uhrzeiten hat keine Null – mit wunderlichen Konsequenzen!

| | | |
|-------|----------|----------------------------|
| 00:00 | 12:00 AM | 12:00 Midnight, Beginn AM |
| 00:59 | 12:59 AM | |
| 01:00 | 01:00 AM | Beginn der „neuen“ Zählung |
| 11:59 | 11:59 AM | |
| 12:00 | 12:00 PM | 12:00 Noon, Beginn PM |
| 12:59 | 12:59 PM | |
| 13:00 | 01:00 PM | Beginn der „neuen“ Zählung |

- Die Zahlen sind hier also jeweils so angeordnet:
12, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

Die erste Null

Die erste Null

Die erste Null

Die erste Null

- Die Babylonier im Zweistromland, dem heutigen Irak, erfinden um 300 vor Christus die Null!

Die erste Null

Die erste Null

- Die Babylonier im Zweistromland, dem heutigen Irak, erfinden um 300 vor Christus die Null!
- Aber: Ihre Null ist keine Zahl, sondern eine Ziffer.

Die erste Null

Die erste Null

- Die Babylonier im Zweistromland, dem heutigen Irak, erfinden um 300 vor Christus die Null!
- Aber: Ihre Null ist keine Zahl, sondern eine Ziffer.
- Beispiel: Bei der Dezimalzahl **301** steht die **1** für 1 (Einerstelle), während die **3** für 300 steht (Hunderterstelle). Stünde an der zweiten Position nicht **0** für „keine Zehner“, so könnte man die Zahl leicht falsch interpretieren.

Die erste Null

Die erste Null

- Die Babylonier im Zweistromland, dem heutigen Irak, erfinden um 300 vor Christus die Null!
- Aber: Ihre Null ist keine Zahl, sondern eine Ziffer.
- Beispiel: Bei der Dezimalzahl **301** steht die **1** für 1 (Einerstelle), während die **3** für 300 steht (Hunderterstelle). Stünde an der zweiten Position nicht **0** für „keine Zehner“, so könnte man die Zahl leicht falsch interpretieren.
- Die Babylonier verwendeten das Stellenwertsystem zur Basis 60. Lange Zeit wurde eine leere Stelle einfach weggelassen. Schließlich wird aber ein Leerzeichen eingeführt: Die Erfindung der 0.

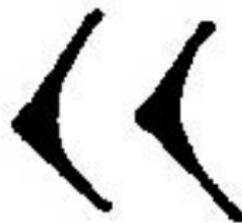
Die erste Null



13



0

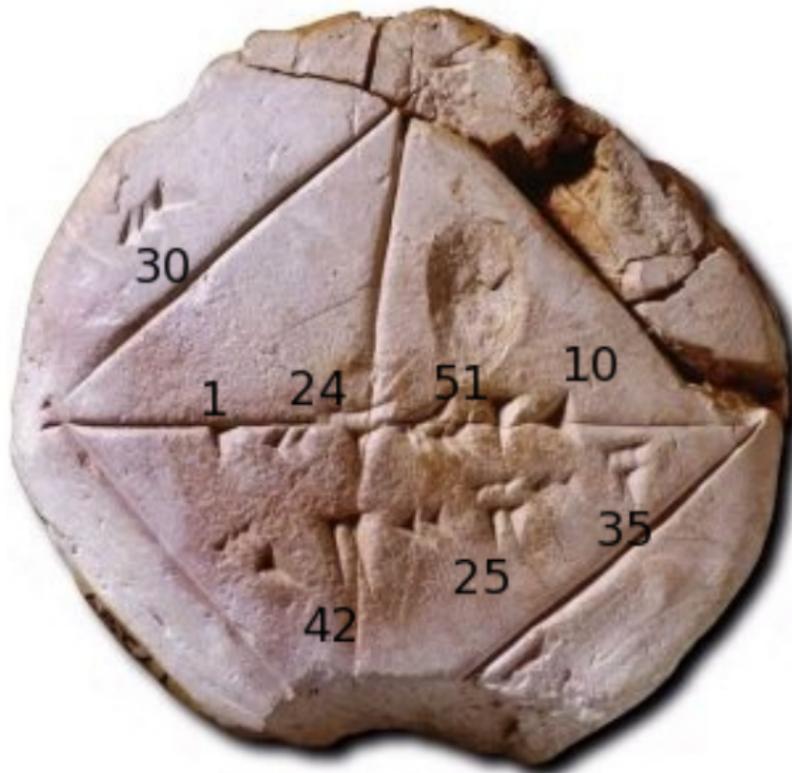


21

Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.



Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.



Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

Stellenwertsysteme

Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

Stellenwertsysteme

- Die gezeigte Keilschrifttafel zeigt die Berechnung von $\sqrt{2}$ als Länge der Diagonale eines rechtwinkligen Dreiecks gemäß des Satzes des Pythagoras in der Form

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,414213\dots$$

und zeigt, wie gut die Babylonier mit ihrem komplizierten Stellenwertsystem rechnen konnten. **Dieser Wert ist auf 6 Dezimalstellen genau!**

Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

Stellenwertsysteme

- Die gezeigte Keilschrifttafel zeigt die Berechnung von $\sqrt{2}$ als Länge der Diagonale eines rechtwinkligen Dreiecks gemäß des Satzes des Pythagoras in der Form

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,414213\dots$$

und zeigt, wie gut die Babylonier mit ihrem komplizierten Stellenwertsystem rechnen konnten. **Dieser Wert ist auf 6 Dezimalstellen genau!**

- Welche Stellenwertsysteme kennen wir?

Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

Stellenwertsysteme

- Die gezeigte Keilschrifttafel zeigt die Berechnung von $\sqrt{2}$ als Länge der Diagonale eines rechtwinkligen Dreiecks gemäß des Satzes des Pythagoras in der Form

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,414213\dots$$

und zeigt, wie gut die Babylonier mit ihrem komplizierten Stellenwertsystem rechnen konnten. **Dieser Wert ist auf 6 Dezimalstellen genau!**

- Welche Stellenwertsysteme kennen wir?
 - Natürlich das Dezimalsystem: 10

Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

Stellenwertsysteme

- Die gezeigte Keilschrifttafel zeigt die Berechnung von $\sqrt{2}$ als Länge der Diagonale eines rechtwinkligen Dreiecks gemäß des Satzes des Pythagoras in der Form

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,414213\dots$$

und zeigt, wie gut die Babylonier mit ihrem komplizierten Stellenwertsystem rechnen konnten. **Dieser Wert ist auf 6 Dezimalstellen genau!**

- Welche Stellenwertsysteme kennen wir?
 - Natürlich das Dezimalsystem: 10
 - Minuten, Sekunden, Winkel: 60

Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

Stellenwertsysteme

- Die gezeigte Keilschrifttafel zeigt die Berechnung von $\sqrt{2}$ als Länge der Diagonale eines rechtwinkligen Dreiecks gemäß des Satzes des Pythagoras in der Form

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,414213\dots$$

und zeigt, wie gut die Babylonier mit ihrem komplizierten Stellenwertsystem rechnen konnten. **Dieser Wert ist auf 6 Dezimalstellen genau!**

- Welche Stellenwertsysteme kennen wir?
 - Natürlich das Dezimalsystem: 10
 - Minuten, Sekunden, Winkel: 60
 - Dutzend, Gros: 12

Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

Stellenwertsysteme

- Die gezeigte Keilschrifttafel zeigt die Berechnung von $\sqrt{2}$ als Länge der Diagonale eines rechtwinkligen Dreiecks gemäß des Satzes des Pythagoras in der Form

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,414213\dots$$

und zeigt, wie gut die Babylonier mit ihrem komplizierten Stellenwertsystem rechnen konnten. **Dieser Wert ist auf 6 Dezimalstellen genau!**

- Welche Stellenwertsysteme kennen wir?
 - Natürlich das Dezimalsystem: 10
 - Minuten, Sekunden, Winkel: 60
 - Dutzend, Gros: 12
 - Maya-Kultur: 20

Babylonische Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

Stellenwertsysteme

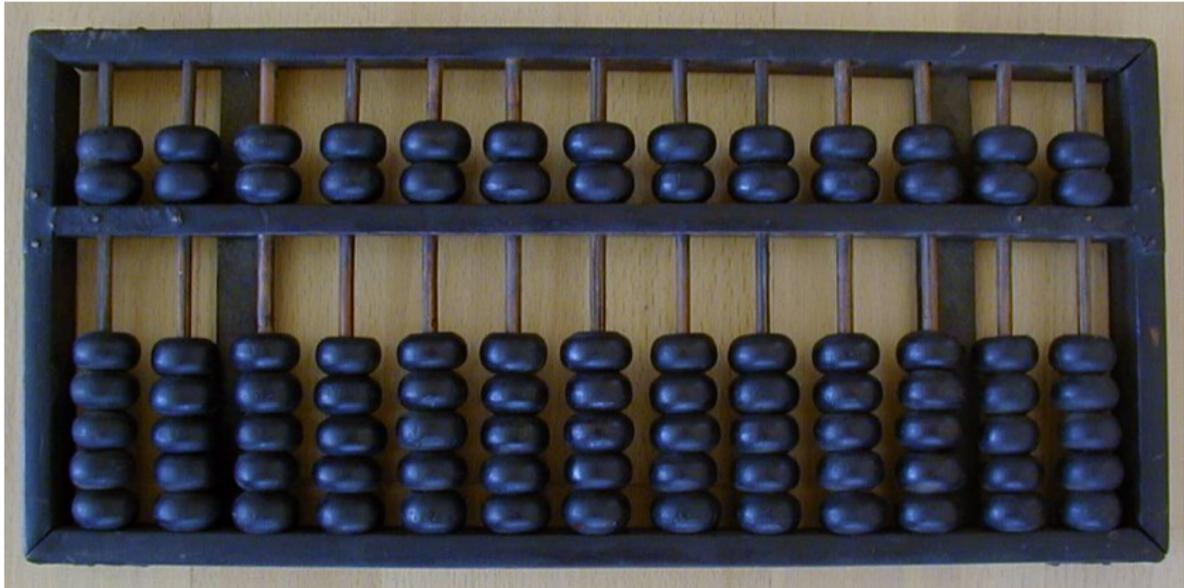
- Die gezeigte Keilschrifttafel zeigt die Berechnung von $\sqrt{2}$ als Länge der Diagonale eines rechtwinkligen Dreiecks gemäß des Satzes des Pythagoras in der Form

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,414213\dots$$

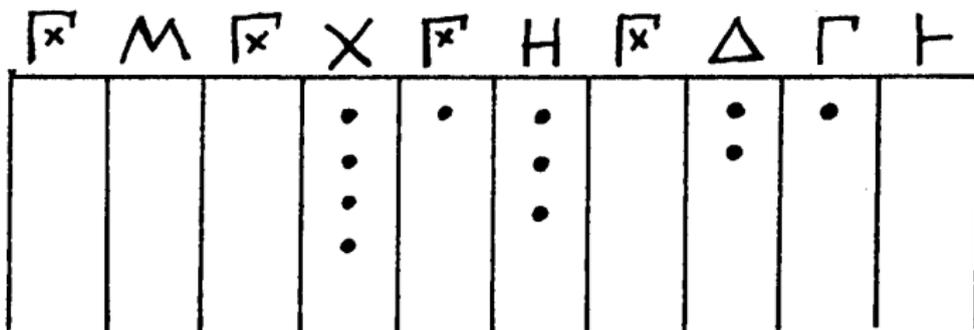
und zeigt, wie gut die Babylonier mit ihrem komplizierten Stellenwertsystem rechnen konnten. **Dieser Wert ist auf 6 Dezimalstellen genau!**

- Welche Stellenwertsysteme kennen wir?
 - Natürlich das Dezimalsystem: 10
 - Minuten, Sekunden, Winkel: 60
 - Dutzend, Gros: 12
 - Maya-Kultur: 20
 - Gallien?

Rechnen mit dem Rechenbrett

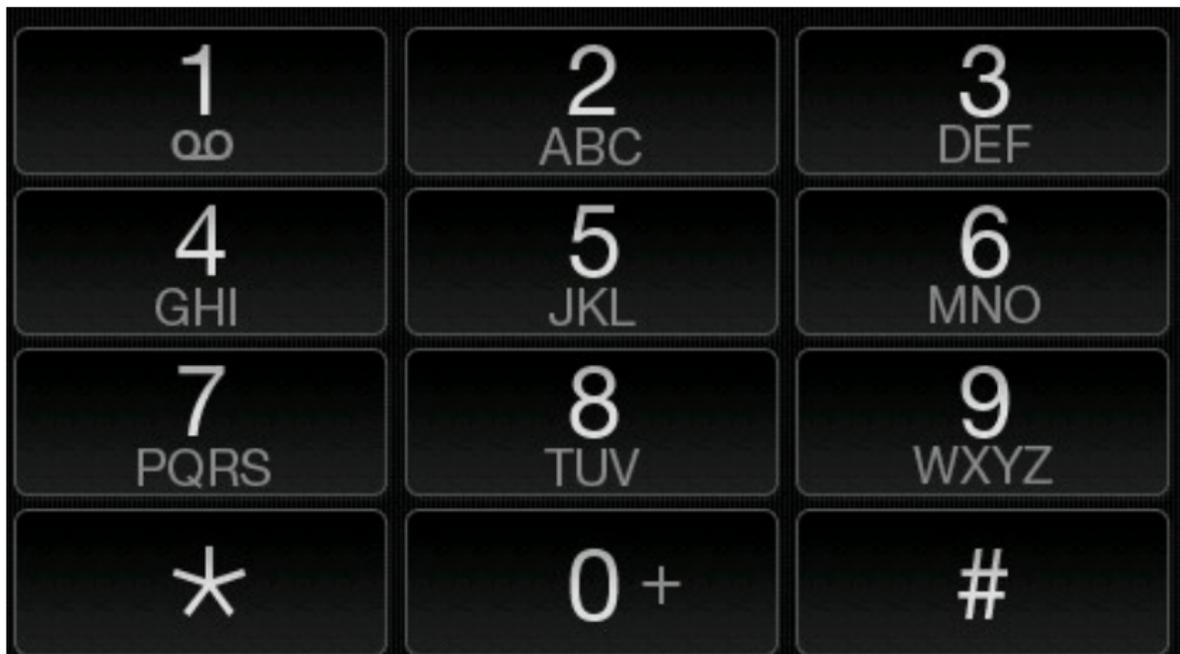


Rechnen mit dem Rechenbrett: Wo ist die Null?



| | | |
|-------|--|------------|
| 4825: | vier Rechensteine in der X-Spalte (= 1 000), also | 4 000 |
| | ein Rechenstein in der Γ -Spalte (= 500), also | 500 |
| | drei Rechensteine in der H-Spalte (= 100), also | 300 |
| | zwei Rechensteine in der Δ -Spalte (= 10), also | 20 |
| | ein Rechenstein in der Γ -Spalte (= 5), also | 5 |
| | | <hr/> 4825 |

Bis heute: Null als Ziffer



Wanderung des Wissens

Indische Mathematik

Wanderung des Wissens

Indische Mathematik

- Von Alexander dem Großen wurde das mathematische Wissen der Antike um 300 v. Chr. nach Indien gebracht.

Wanderung des Wissens

Indische Mathematik

- Von Alexander dem Großen wurde das mathematische Wissen der Antike um 300 v. Chr. nach Indien gebracht.
- Die Inder übernahmen nicht die Ängste der Griechen vor der Null. Sie erfanden zwischen 500 und 700 nach Christus das Dezimalsystem und machten den Abakus überflüssig.

Wanderung des Wissens

Indische Mathematik

- Von Alexander dem Großen wurde das mathematische Wissen der Antike um 300 v. Chr. nach Indien gebracht.
- Die Inder übernahmen nicht die Ängste der Griechen vor der Null. Sie erfanden zwischen 500 und 700 nach Christus das Dezimalsystem und machten den Abakus überflüssig.
- Sie waren nicht an Geometrie, sondern am Rechnen selbst interessiert. Für sie entsprechen z. B. Quadratzahlen keinen Quadraten mehr und die Null ist keine (nicht vorhandene) Länge, sondern wird eine eigene Entität.

Wanderung des Wissens

Indische Mathematik

- Von Alexander dem Großen wurde das mathematische Wissen der Antike um 300 v. Chr. nach Indien gebracht.
- Die Inder übernahmen nicht die Ängste der Griechen vor der Null. Sie erfanden zwischen 500 und 700 nach Christus das Dezimalsystem und machten den Abakus überflüssig.
- Sie waren nicht an Geometrie, sondern am Rechnen selbst interessiert. Für sie entsprechen z. B. Quadratzahlen keinen Quadraten mehr und die Null ist keine (nicht vorhandene) Länge, sondern wird eine eigene Entität.
- Auch die uns heute geläufigen „arabischen Ziffern“ kommen aus Indien.

Antike

oooooooooooo

Die erste Null

oooooooo

Mittelalter

o●oooo

Die Zahl Null und ∞

oooooooo

Finale

oo

Null und Gottesbeweis?

Null und Gottesbeweis?

Ein neuer Gottesbeweis!

Null und Gottesbeweis?

Ein neuer Gottesbeweis!

- Sehen wir doch einfach im Koran oder in der Bibel nach, dann stellen wir fest, dass der Aristotelische Gottesbeweis der Bibel widerspricht. Also müssen wir ihn verwerfen!

Null und Gottesbeweis?

Ein neuer Gottesbeweis!

- Sehen wir doch einfach im Koran oder in der Bibel nach, dann stellen wir fest, dass der Aristotelische Gottesbeweis der Bibel widerspricht. Also müssen wir ihn verwerfen!
- Das erste Ereignis auf der Welt war die Schöpfung.

Null und Gottesbeweis?

Ein neuer Gottesbeweis!

- Sehen wir doch einfach im Koran oder in der Bibel nach, dann stellen wir fest, dass der Aristotelische Gottesbeweis der Bibel widerspricht. Also müssen wir ihn verwerfen!
- Das erste Ereignis auf der Welt war die Schöpfung.
- Daher muss es vor der Schöpfung das Nichts, die große Leere, gegeben haben: **creatio ex nihilo**. Aus dem Nichts kann aber nur Gott die Welt erschaffen! Wer sonst?

Null und Gottesbeweis?

Ein neuer Gottesbeweis!

- Sehen wir doch einfach im Koran oder in der Bibel nach, dann stellen wir fest, dass der Aristotelische Gottesbeweis der Bibel widerspricht. Also müssen wir ihn verwerfen!
- Das erste Ereignis auf der Welt war die Schöpfung.
- Daher muss es vor der Schöpfung das Nichts, die große Leere, gegeben haben: **creatio ex nihilo**. Aus dem Nichts kann aber nur Gott die Welt erschaffen! Wer sonst?
- Mit dieser Argumentation wird die Null nicht mehr verboten, sondern sie steht am Anfang aller Dinge!

Null und Gottesbeweis?

Ein neuer Gottesbeweis!

- Sehen wir doch einfach im Koran oder in der Bibel nach, dann stellen wir fest, dass der Aristotelische Gottesbeweis der Bibel widerspricht. Also müssen wir ihn verwerfen!
- Das erste Ereignis auf der Welt war die Schöpfung.
- Daher muss es vor der Schöpfung das Nichts, die große Leere, gegeben haben: **creatio ex nihilo**. Aus dem Nichts kann aber nur Gott die Welt erschaffen! Wer sonst?
- Mit dieser Argumentation wird die Null nicht mehr verboten, sondern sie steht am Anfang aller Dinge!
- Diese Sichtweise wird zwischen 800 und 1100 n. Chr. im ganzen Nahen Osten zunächst von den Muslimen und dann auch von den Juden übernommen.

Die arabische Null

Al-Chwarizmi

Die arabische Null

Al-Chwarizmi

- Der berühmteste Gelehrte dieser Zeit ist Al-Chwarizmi, der den größten Teil seines Lebens in Bagdad verbrachte.

Die arabische Null

Al-Chwarizmi

- Der berühmteste Gelehrte dieser Zeit ist Al-Chwarizmi, der den größten Teil seines Lebens in Bagdad verbrachte.
- Um 825 schreibt er sein Buch **Über das Rechnen mit indischen Ziffern**, in welchem er auch die Null einführt.

Die arabische Null

Al-Chwarizmi

- Der berühmteste Gelehrte dieser Zeit ist Al-Chwarizmi, der den größten Teil seines Lebens in Bagdad verbrachte.
- Um 825 schreibt er sein Buch **Über das Rechnen mit indischen Ziffern**, in welchem er auch die Null einführt.
- Im Lateinischen hieß sein Werk **Algorismi de numero indorum**, worauf heute noch die Wörter Algebra und Algorithmus zurückgehen.

Die arabische Null

Al-Chwarizmi

- Der berühmteste Gelehrte dieser Zeit ist Al-Chwarizmi, der den größten Teil seines Lebens in Bagdad verbrachte.
- Um 825 schreibt er sein Buch **Über das Rechnen mit indischen Ziffern**, in welchem er auch die Null einführt.
- Im Lateinischen hieß sein Werk **Algorismi de numero indorum**, worauf heute noch die Wörter Algebra und Algorithmus zurückgehen.
- Wegen dieses Autors sprechen wir von „arabischen Ziffern“.

Die arabische Null

Al-Chwarizmi

- Der berühmteste Gelehrte dieser Zeit ist Al-Chwarizmi, der den größten Teil seines Lebens in Bagdad verbrachte.
- Um 825 schreibt er sein Buch **Über das Rechnen mit indischen Ziffern**, in welchem er auch die Null einführt.
- Im Lateinischen hieß sein Werk **Algorismi de numero indorum**, worauf heute noch die Wörter Algebra und Algorithmus zurückgehen.
- Wegen dieses Autors sprechen wir von „arabischen Ziffern“.
- Bis die Null allerdings in Europa Fuß fasste, sollte es noch dauern.

Die Null: Angekommen in Europa

Fibonacci

Die Null: Angekommen in Europa

Fibonacci

- Leonardo da Pisa, der als **Fibonacci** bekannt ist, gilt als der bedeutendste europäische Mathematiker des Mittelalters.

Die Null: Angekommen in Europa

Fibonacci

- Leonardo da Pisa, der als **Fibonacci** bekannt ist, gilt als der bedeutendste europäische Mathematiker des Mittelalters.
- Im Jahr 1202 schreibt er sein Buch **Liber Abaci**, dem **Buch vom Abakus**, mit welchem er die indischen Ziffern in Europa verbreitet.

Die Null: Angekommen in Europa

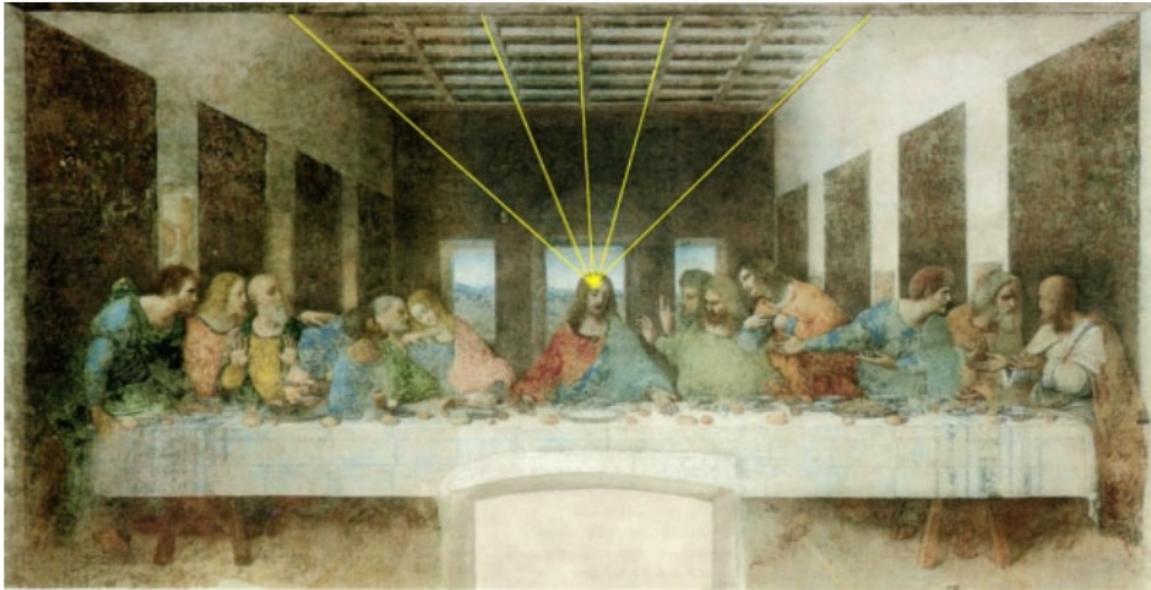
Fibonacci

- Leonardo da Pisa, der als **Fibonacci** bekannt ist, gilt als der bedeutendste europäische Mathematiker des Mittelalters.
- Im Jahr 1202 schreibt er sein Buch **Liber Abaci**, dem **Buch vom Abakus**, mit welchem er die indischen Ziffern in Europa verbreitet.
- Das Wort Null kommt übrigens aus dem lateinischen **nulla figura**, was so viel wie „keine Zahl“ bedeutet.

Leonardo da Vinci: Das Abendmahl (1495-1498)



Leonardo da Vinci: Das Abendmahl (1495-1498)



Gregor Reisch: Margarita Philosophica (1503)



Jost Bürgi, Hofastronom des Landgrafen Wilhelm IV von Hessen, einer der Logarithmen-Erfinder (1620)



Die Null wird erwachsen

Analytische Geometrie

Die Null wird erwachsen

Analytische Geometrie

- René Descartes und Pierre de Fermat erfinden um 1640 die analytische Geometrie, welche die Geometrie mit der Algebra verbindet.

Die Null wird erwachsen

Analytische Geometrie

- René Descartes und Pierre de Fermat erfinden um 1640 die analytische Geometrie, welche die Geometrie mit der Algebra verbindet.
- Noch heute spricht man von **kartesischen Koordinaten**.

Die Null wird erwachsen

Analytische Geometrie

- René Descartes und Pierre de Fermat erfinden um 1640 die analytische Geometrie, welche die Geometrie mit der Algebra verbindet.
- Noch heute spricht man von **kartesischen Koordinaten**.
- Der Kreis um den Ursprung (Geometrie) wird aufgrund des Satzes von Pythagoras durch die Gleichung

$$x^2 + y^2 = r^2$$

(Algebra) beschrieben.

Die Null wird erwachsen

Analytische Geometrie

- René Descartes und Pierre de Fermat erfinden um 1640 die analytische Geometrie, welche die Geometrie mit der Algebra verbindet.
- Noch heute spricht man von **kartesischen Koordinaten**.
- Der Kreis um den Ursprung (Geometrie) wird aufgrund des Satzes von Pythagoras durch die Gleichung

$$x^2 + y^2 = r^2$$

(Algebra) beschrieben.

- Nun wird es ernst für die Null! Sie verbirgt sich direkt am Koordinatenursprung.

Die Null wird erwachsen

Analytische Geometrie

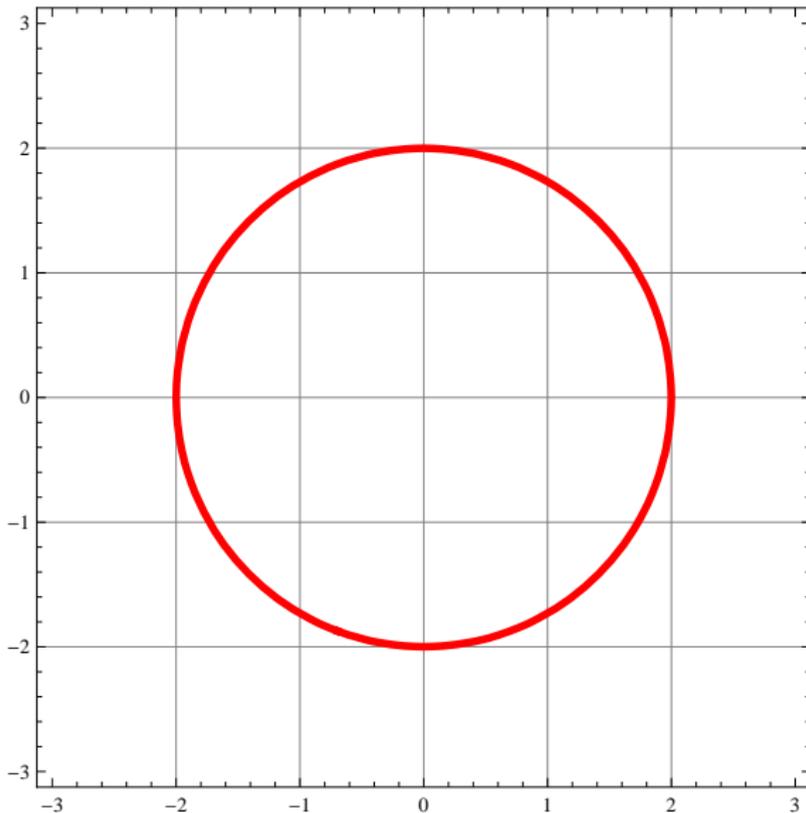
- René Descartes und Pierre de Fermat erfinden um 1640 die analytische Geometrie, welche die Geometrie mit der Algebra verbindet.
- Noch heute spricht man von **kartesischen Koordinaten**.
- Der Kreis um den Ursprung (Geometrie) wird aufgrund des Satzes von Pythagoras durch die Gleichung

$$x^2 + y^2 = r^2$$

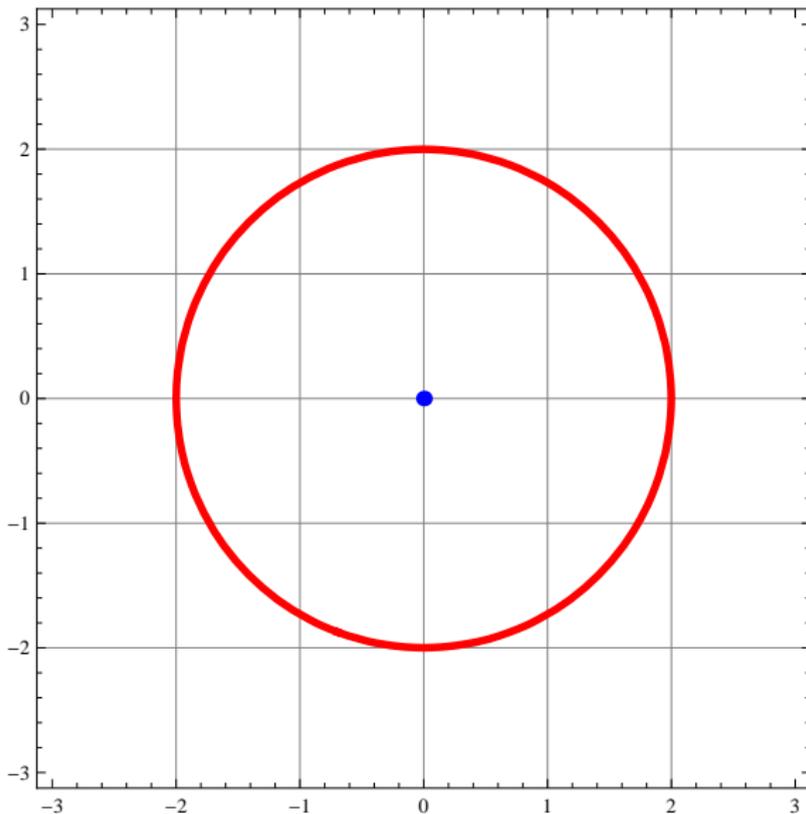
(Algebra) beschrieben.

- Nun wird es ernst für die Null! Sie verbirgt sich direkt am Koordinatenursprung.
- Ferner entwickelt sich das Rechnen mit Gleichungen. Graphen lassen immer in die Form $f(x, y) = 0$ bringen.

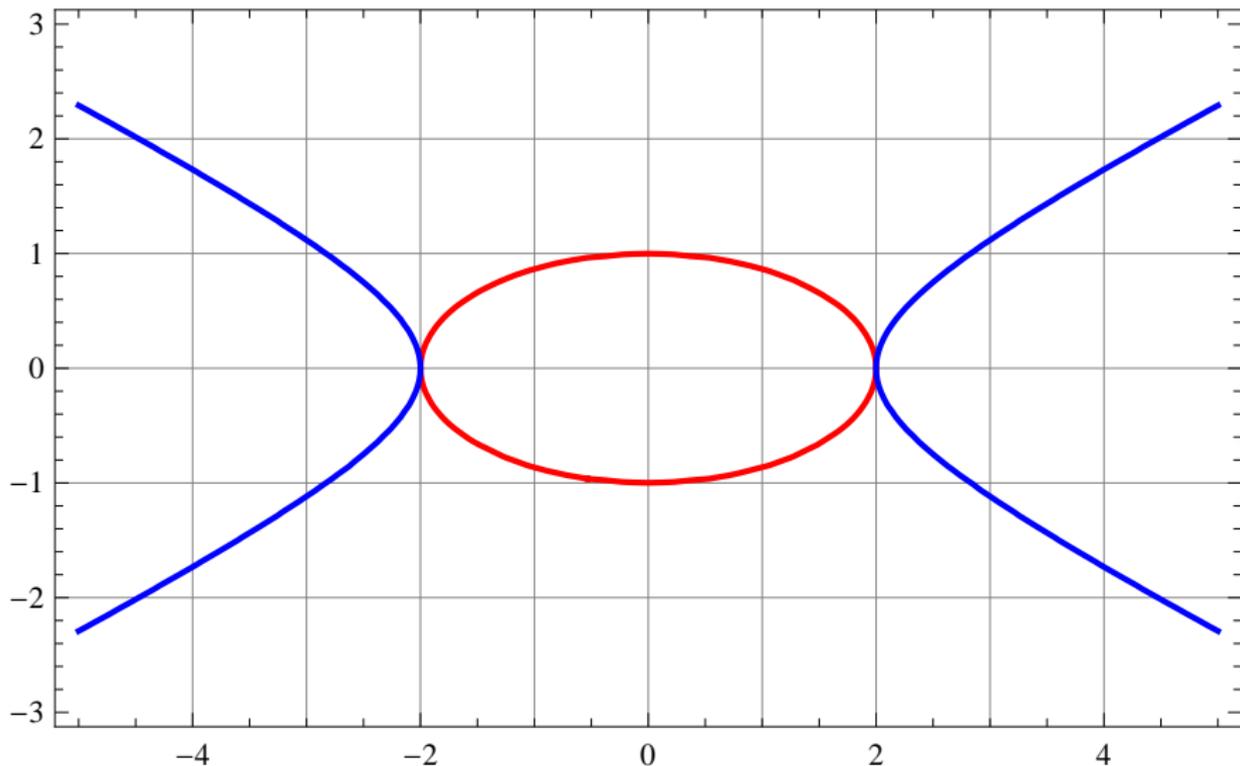
Kreis im Koordinatensystem



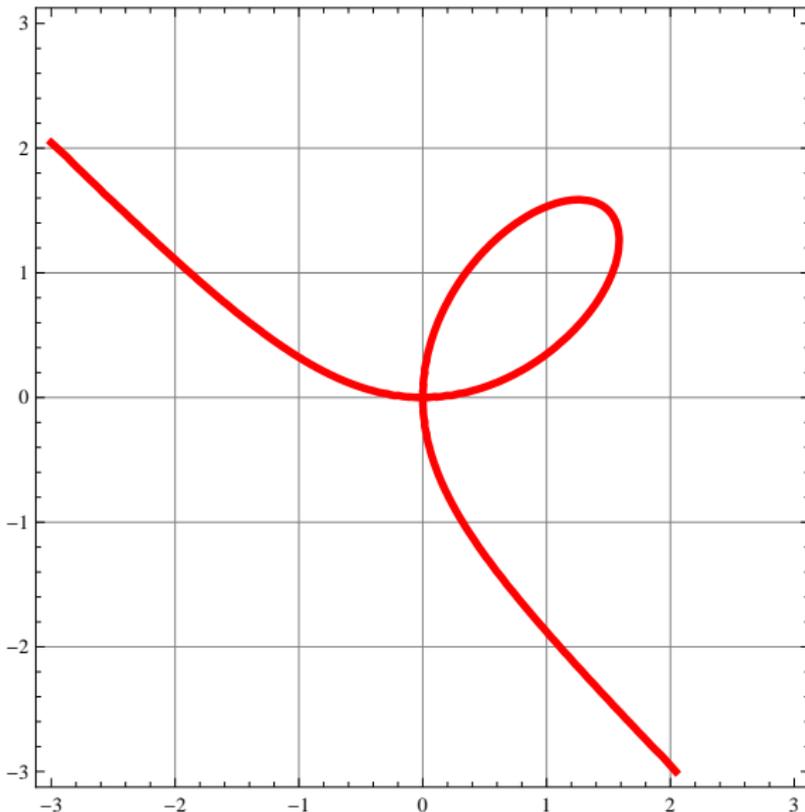
Kreis im Koordinatensystem



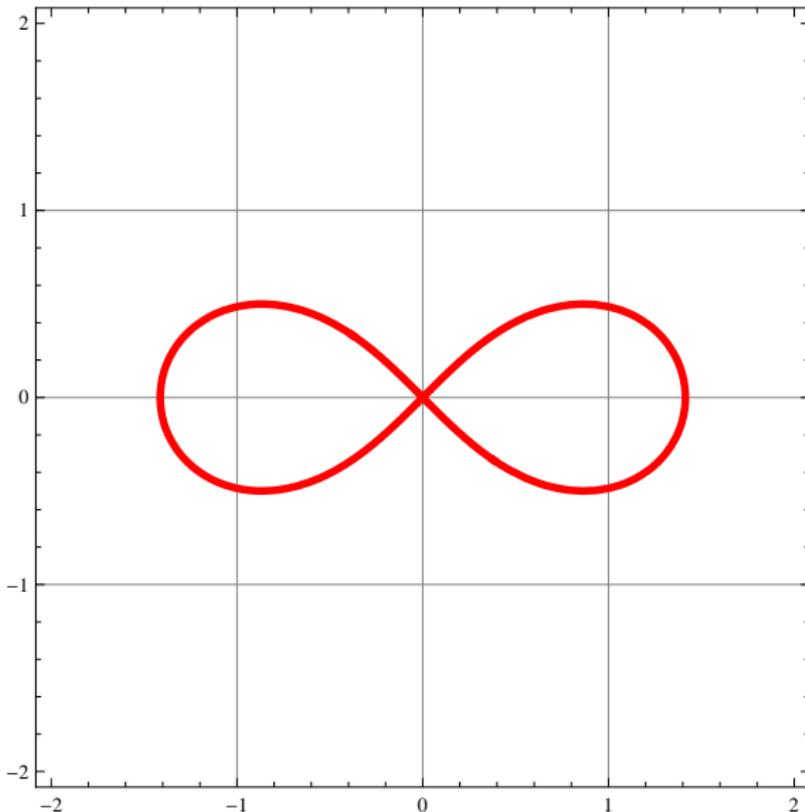
Ellipse und Hyperbel im Koordinatensystem



Das Descartessche Blatt $x^3 + y^3 - 3xy = 0$



Bernoullische Lemniskate $(x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2) = 0$



Differential- und Integralrechnung

Division durch Null?

Differential- und Integralrechnung

Division durch Null?

- Bei der Entwicklung der Differential- und Integralrechnung im 17. Jahrhundert durch Newton und Leibniz und ihre Nachfolger wird nun doch plötzlich 0 durch 0 dividiert.

Differential- und Integralrechnung

Division durch Null?

- Bei der Entwicklung der Differential- und Integralrechnung im 17. Jahrhundert durch Newton und Leibniz und ihre Nachfolger wird nun doch plötzlich 0 durch 0 dividiert.
- Da dies nicht erlaubt ist, argumentieren die Gelehrten mit Zahlen, die nur **fast Null** sind.

Differential- und Integralrechnung

Division durch Null?

- Bei der Entwicklung der Differential- und Integralrechnung im 17. Jahrhundert durch Newton und Leibniz und ihre Nachfolger wird nun doch plötzlich 0 durch 0 dividiert.
- Da dies nicht erlaubt ist, argumentieren die Gelehrten mit Zahlen, die nur **fast Null** sind.
- Zwar werden hiermit die griechischen „Beweisprinzipien“ aufgegeben, andererseits ist die Methode so erfolgreich, dass es Newton gelingt, die 3 Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung aus einfachen Annahmen herzuleiten!

Differential- und Integralrechnung

Division durch Null?

- Bei der Entwicklung der Differential- und Integralrechnung im 17. Jahrhundert durch Newton und Leibniz und ihre Nachfolger wird nun doch plötzlich 0 durch 0 dividiert.
- Da dies nicht erlaubt ist, argumentieren die Gelehrten mit Zahlen, die nur **fast Null** sind.
- Zwar werden hiermit die griechischen „Beweisprinzipien“ aufgegeben, andererseits ist die Methode so erfolgreich, dass es Newton gelingt, die 3 Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung aus einfachen Annahmen herzuleiten!
- Die Einführung des Grenzwertbegriffs im 18. Jahrhundert gibt dieser Theorie schließlich eine solide Grundlage.

Differential- und Integralrechnung

Division durch Null?

- Bei der Entwicklung der Differential- und Integralrechnung im 17. Jahrhundert durch Newton und Leibniz und ihre Nachfolger wird nun doch plötzlich 0 durch 0 dividiert.
- Da dies nicht erlaubt ist, argumentieren die Gelehrten mit Zahlen, die nur **fast Null** sind.
- Zwar werden hiermit die griechischen „Beweisprinzipien“ aufgegeben, andererseits ist die Methode so erfolgreich, dass es Newton gelingt, die 3 Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung aus einfachen Annahmen herzuleiten!
- Die Einführung des Grenzwertbegriffs im 18. Jahrhundert gibt dieser Theorie schließlich eine solide Grundlage.
- Grenzwerte der Form $\frac{0}{0}$ bzw. $0 \cdot \infty$ oder auch 0^0 lassen sich nun systematisch auswerten.

Das binäre System

Das binäre System

Wie rechnet ein Computer?

Das binäre System

Wie rechnet ein Computer?

- Seit Konrad Zuse, der 1938 den ersten Computer Z1 fertigstellte, rechnen Computer im binären System.

Das binäre System

Wie rechnet ein Computer?

- Seit Konrad Zuse, der 1938 den ersten Computer Z1 fertigstellte, rechnen Computer im binären System.
- In diesem System gibt es nur die zwei Ziffern 0 und 1!

Das binäre System

Wie rechnet ein Computer?

- Seit Konrad Zuse, der 1938 den ersten Computer Z1 fertigstellte, rechnen Computer im binären System.
- In diesem System gibt es nur die zwei Ziffern 0 und 1!
- Dieses Stellenwertsystem hat zwar längere Zahldarstellungen, aber ein verblüffend einfaches Einmaleins!

Das binäre System

Wie rechnet ein Computer?

- Seit Konrad Zuse, der 1938 den ersten Computer Z1 fertigstellte, rechnen Computer im binären System.
- In diesem System gibt es nur die zwei Ziffern 0 und 1!
- Dieses Stellenwertsystem hat zwar längere Zahldarstellungen, aber ein verblüffend einfaches Einmaleins!

Das kleine Einmaleins im binären System

| · | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

Das binäre System

Wie rechnet ein Computer?

- Seit Konrad Zuse, der 1938 den ersten Computer Z1 fertigstellte, rechnen Computer im binären System.
- In diesem System gibt es nur die zwei Ziffern 0 und 1!
- Dieses Stellenwertsystem hat zwar längere Zahldarstellungen, aber ein verblüffend einfaches Einmaleins!

Das kleine Einmaleins im binären System

| · | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

| + | 0 | 1 |
|---|---|----|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 10 |

Finale

Als Zugabe noch ein Kurzfilm

Zum Abschluss zeige ich noch den lustigen Kurzfilm, der beim Filmfest im Jahr der Mathematik 2008 den Publikumspreis für die Beste Story erhielt: [Attack of the Note Sheep](#).

Finale

Als Zugabe noch ein Kurzfilm

Zum Abschluss zeige ich noch den lustigen Kurzfilm, der beim Filmfest im Jahr der Mathematik 2008 den Publikumspreis für die Beste Story erhielt: [Attack of the Note Sheep](#).

Finale

Vielen Dank für Ihr Interesse und guten Appetit in der Mensa!